Ley de los Grandes Números y Frecuencia Relativa

Nombre: _____

Fecha: _____

Puntaje: _____

1.

¿Qué afirma, en esencia, la ley de los grandes números para una secuencia de ensayos independientes e idénticamente distribuidos?

1. Que la suma de resultados siempre coincide exactamente con su valor esperado
2. Que la frecuencia relativa de un evento tiende a acercarse a su probabilidad teórica cuando aumenta el número de ensayos
3. Que en pocas repeticiones la frecuencia relativa ya es igual a la probabilidad
4. Que la probabilidad teórica cambia según los resultados observados

Respuesta correcta:
B.

Que la frecuencia relativa de un evento tiende a acercarse a su probabilidad teórica cuando aumenta el número de ensayos

2.

Si un evento A ocurre k veces en n ensayos, ¿cuál es su frecuencia relativa?

1. kn
2. nk
3. $k-n$

Respuesta correcta:
A.

kn

3.

Se lanza una moneda equilibrada 200 veces y se obtienen 94 caras. ¿Cuál es la frecuencia relativa de cara?

1. 0,94
2. 0,53
3. 0,47
4. 0,50

Respuesta correcta:
C.

0,47

4.

En un dado justo, la probabilidad teórica de obtener un 6 es 16. ¿Qué valor decimal aproxima mejor esa probabilidad?

1. 0,125
2. 0,20
3. 0,1667
4. 0,60

Respuesta correcta:
C.

0,1667

5.

¿Cuál de las siguientes situaciones ilustra mejor la ley de los grandes números?

1. En 10 lanzamientos de moneda, obtener exactamente 5 caras
2. En 5000 lanzamientos de moneda, la proporción de caras se acerca a $0{,}5$
3. En un lanzamiento de dado, todos los resultados son igualmente probables y por eso aparecen una vez cada uno
4. Si sale cara tres veces seguidas, en el siguiente lanzamiento es menos probable que salga cara

Respuesta correcta:
B.

En 5000 lanzamientos de moneda, la proporción de caras se acerca a $0{,}5$

6.

Una frecuencia relativa de $0{,}62$ para un evento cuya probabilidad teórica es $0{,}60$ indica que:

1. La teoría es incorrecta porque la frecuencia relativa debe coincidir exactamente
2. El experimento está necesariamente sesgado
3. La diferencia observada puede ocurrir por variabilidad aleatoria en una muestra finita
4. La probabilidad verdadera pasó a ser $0{,}62$

Respuesta correcta:
C.

La diferencia observada puede ocurrir por variabilidad aleatoria en una muestra finita

7.

Se registran las frecuencias relativas de un evento en distintos tamaños muestrales: n=20: 0,35, n=100: 0,42, n=1000: 0,398. Si la probabilidad teórica es 0,40, ¿qué interpretación es más adecuada?

1. La secuencia sugiere estabilización alrededor de 0,40
2. La probabilidad teórica debería cambiar a 0,398
3. La muestra de tamaño 20 es la más confiable por ser la primera
4. La ley de los grandes números exige una secuencia estrictamente creciente

Respuesta correcta:
A.

La secuencia sugiere estabilización alrededor de 0,40

8.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es una excepción, es decir, NO se deduce de la ley de los grandes números?

1. Con muchos ensayos, la frecuencia relativa suele acercarse a la probabilidad teórica
2. Las desviaciones pequeñas son más esperables en muestras grandes que en muestras muy pequeñas
3. En una secuencia larga, un resultado atrasado debe aparecer pronto para compensar
4. La variabilidad relativa tiende a reducirse al aumentar el número de observaciones

Respuesta correcta:
C.

En una secuencia larga, un resultado atrasado debe aparecer pronto para compensar

9.

En 400 lanzamientos de un dado justo, se obtuvo el número 1 en 80 ocasiones. ¿Cuál es la diferencia absoluta entre la frecuencia relativa observada y la probabilidad teórica de obtener 1?

1. $|0,20-16|$ $0,0333$
2. $|0,80-16|$ $0,6333$
3. $|16-1400|$ $0,1642$
4. $|0,20-0,50|=0,30$

Respuesta correcta:
A.

$|0,20-16|$ $0,0333$

10.

Si un experimento aleatorio se repite muchas veces bajo las mismas condiciones, ¿qué magnitud es la que se espera que se estabilice según la ley de los grandes números?

1. El resultado individual de cada ensayo
2. La suma acumulada sin normalizar
3. La frecuencia relativa del evento considerado
4. El orden exacto en que aparecen los resultados

Respuesta correcta:
C.

La frecuencia relativa del evento considerado

11.

Se comparan dos simulaciones del mismo evento con probabilidad teórica $p=0,3$. En la primera, con 50 ensayos, la frecuencia relativa fue $0,38$. En la segunda, con 5000 ensayos, fue $0,302$. ¿Cuál conclusión es más razonable?

1. La segunda simulación ofrece una aproximación más consistente a p
2. La primera simulación es mejor porque su frecuencia relativa es mayor
3. Ambas simulaciones prueban que $p=0,38$
4. La ley de los grandes números falla porque los valores no son idénticos

Respuesta correcta:
A.

La segunda simulación ofrece una aproximación más consistente a p

12.

¿Qué condición es importante para aplicar la formulación clásica de la ley de los grandes números en una secuencia de ensayos?

1. Que los resultados se alternen regularmente
2. Que los ensayos sean independientes y con la misma distribución
3. Que la frecuencia relativa inicial coincida con la probabilidad
4. Que el número de ensayos sea par

Respuesta correcta:
B.

Que los ensayos sean independientes y con la misma distribución

13.

En una urna con reemplazo, la probabilidad de extraer una bola roja es $0{,}25$. Tras 1200 extracciones, se observaron 330 rojas. ¿Cuál es la frecuencia relativa y cómo se compara con la probabilidad teórica?

1. $\frac{330}{1200}=0{,}275$, que está a $0{,}025$ por encima de la probabilidad teórica
2. $\frac{330}{1200}=0{,}25$, coincide exactamente con la probabilidad teórica
3. $\frac{330}{1200}=0{,}36$, que está a $0{,}11$ por encima de la probabilidad teórica
4. $\frac{1200}{330}\ 3{,}64$, por lo que no se puede comparar

Respuesta correcta:
A.

$\frac{330}{1200}=0{,}275$, que está a $0{,}025$ por encima de la probabilidad teórica

14.

¿Cuál de las siguientes secuencias de frecuencias relativas es más compatible con una probabilidad teórica de $0{,}7$ a medida que aumenta n?

1. 0,20, 0,35, 0,40, 0,45
2. 0,68, 0,71, 0,69, 0,701
3. 0,90, 0,88, 0,87, 0,86
4. 0,10, 0,70, 0,10, 0,70

Respuesta correcta:
B.

0,68, 0,71, 0,69, 0,701

15.

Una persona afirma: "Como en los últimos 8 lanzamientos no salió sello, ahora es más probable que salga sello". ¿Qué respuesta es correcta?

1. Es correcto, porque la ley de los grandes números obliga a compensar de inmediato
2. Es incorrecto, porque en un lanzamiento independiente la probabilidad sigue siendo la misma
3. Es correcto solo si la moneda es equilibrada
4. Es incorrecto, porque después de 8 lanzamientos el experimento deja de ser aleatorio

Respuesta correcta:
B.

Es incorrecto, porque en un lanzamiento independiente la probabilidad sigue siendo la misma

16.

Si X_i vale 1 cuando ocurre un evento A y 0 cuando no ocurre, entonces la frecuencia relativa de A en n ensayos puede escribirse como:

1. $\sum_{i=1}^{n} X_i$
2. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
3. $\sum_{i=1}^{n} X_i$
4. $n\sum_{i=1}^{n} X_i$

Respuesta correcta:
B.

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

17.

Se desea estimar la probabilidad de éxito de un experimento mediante simulación. ¿Qué estrategia reduce mejor la inestabilidad de la frecuencia relativa?

1. Usar menos ensayos para evitar acumulación de error
2. Repetir el experimento muchas veces bajo las mismas condiciones
3. Cambiar la regla del experimento cuando los resultados se alejan de lo esperado
4. Detener la simulación apenas la frecuencia relativa coincida una vez con la probabilidad teórica

Respuesta correcta:
B.

Repetir el experimento muchas veces bajo las mismas condiciones

18.

Considere un evento con probabilidad teórica $p=0,4$. ¿Cuál de los siguientes resultados muestra la menor desviación absoluta respecto de p?

1. En 20 ensayos, frecuencia relativa $0,55$
2. En 100 ensayos, frecuencia relativa $0,46$
3. En 500 ensayos, frecuencia relativa $0,39$
4. En 50 ensayos, frecuencia relativa $0,30$

Respuesta correcta:
C.

En 500 ensayos, frecuencia relativa $0,39$

19.

En una simulación de un evento con probabilidad teórica $0{,}2$, la frecuencia relativa acumulada toma los valores $0{,}40$, $0{,}28$, $0{,}23$, $0{,}205$ al aumentar el número de ensayos. ¿Qué describe mejor este comportamiento?

1. Una convergencia gradual hacia la probabilidad teórica
2. Una contradicción con la probabilidad teórica, porque el primer valor fue $0{,}40$
3. Una prueba de que la probabilidad real es $0{,}205$ exactamente
4. Un patrón imposible en una simulación aleatoria

Respuesta correcta:
A.

Una convergencia gradual hacia la probabilidad teórica

20.

¿Cuál de las siguientes conclusiones es la más rigurosa sobre la ley de los grandes números?

1. Garantiza que en una muestra grande la frecuencia relativa será exactamente igual a la probabilidad teórica
2. Afirma que toda secuencia aleatoria termina siendo perfectamente regular
3. Establece que, con muchos ensayos, la frecuencia relativa converge a la probabilidad teórica, aunque pueden persistir fluctuaciones finitas
4. Implica que los resultados raros dejan de ocurrir cuando el tamaño muestral crece

Respuesta correcta:
C.

Establece que, con muchos ensayos, la frecuencia relativa converge a la probabilidad teórica, aunque pueden persistir fluctuaciones finitas

Respuestas

1. **B.**

   Que la frecuencia relativa de un evento tiende a acercarse a su probabilidad teórica cuando aumenta el número de ensayos

2. **A.**

   kn

3. **C.**

   0,47

4. **C.**

   0,1667

5. **B.**

   En 5000 lanzamientos de moneda, la proporción de caras se acerca a $0,5$

6. **C.**

   La diferencia observada puede ocurrir por variabilidad aleatoria en una muestra finita

7. **A.**

   La secuencia sugiere estabilización alrededor de $0,40$

8. **C.**

   En una secuencia larga, un resultado atrasado debe aparecer pronto para compensar

9. **A.**

   $|0,20-16|$ $0,0333$

10. **C.**

    La frecuencia relativa del evento considerado

11. **A.**

    La segunda simulación ofrece una aproximación más consistente a p

12. **B.**

Que los ensayos sean independientes y con la misma distribución

13. **A.**

    $\frac{330}{1200} = 0{,}275$, que está a $0{,}025$ por encima de la probabilidad teórica

14. **B.**

    0,68, 0,71, 0,69, 0,701

15. **B.**

    Es incorrecto, porque en un lanzamiento independiente la probabilidad sigue siendo la misma

16. **B.**

    $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$

17. **B.**

    Repetir el experimento muchas veces bajo las mismas condiciones

18. **C.**

    En 500 ensayos, frecuencia relativa $0{,}39$

19. **A.**

    Una convergencia gradual hacia la probabilidad teórica

20. **C.**

    Establece que, con muchos ensayos, la frecuencia relativa converge a la probabilidad teórica, aunque pueden persistir fluctuaciones finitas