

Sistemas de ecuaciones lineales: nivel avanzado

Nombre: _____

Fecha: _____

Puntaje: _____

1.

Antes de aplicar la regla de Cramer a un sistema cuadrado, ¿qué verificación debe hacerse primero sobre la matriz de coeficientes A ?

1. Comprobar que la suma de los términos independientes sea cero
2. Calcular $\det(A)$ y verificar que sea distinto de cero
3. Reducir siempre el sistema a forma escalonada reducida
4. Verificar que todas las ecuaciones tengan coeficiente principal igual a 1

Respuesta correcta:

B.

Calcular $\det(A)$ y verificar que sea distinto de cero

2.

Si en un sistema lineal cuadrado se cumple $\det(A) \neq 0$, entonces el sistema es:

1. Compatible determinado
2. Compatible indeterminado
3. Incompatible

Respuesta correcta:

A.

Compatible determinado

3.

Según el teorema de Rouché-Frobenius, un sistema es compatible si y solo si:

1. $\det(A)=0$
2. El número de ecuaciones es igual al número de incógnitas
3. $\text{rg}(A)=\text{rg}(A^*)$
4. La matriz ampliada tiene determinante distinto de cero

Respuesta correcta:

C.

$$\text{rg}(A)=\text{rg}(A^*)$$

4.

Considera el sistema

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$$

La matriz de coeficientes es $A=(2 \ 1 \ 1 \ -1)$. ¿Cuál es $\det(A)$?

1. -3
2. 3
3. -1
4. 1

Respuesta correcta:

A.

-3

5.

En un sistema de 3 incógnitas, si $\text{rg}(A)=\text{rg}(A^*)=2$, entonces el sistema es:

1. Incompatible
2. Compatible determinado
3. Compatible indeterminado con una variable libre
4. Compatible indeterminado con dos variables libres

Respuesta correcta:

C.

Compatible indeterminado con una variable libre

6.

Sea el sistema

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$$

¿Cuál es su clasificación correcta?

1. Compatible determinado
2. Incompatible
3. Compatible indeterminado
4. No se puede clasificar sin resolverlo completamente

Respuesta correcta:

C.

Compatible indeterminado

7.

Sea el sistema

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=5 \end{cases}$$

¿Qué ocurre con este sistema?

1. Tiene una única solución
2. Tiene infinitas soluciones
3. Es incompatible
4. Tiene exactamente dos soluciones

Respuesta correcta:

C.

Es incompatible

8.

Aplica la regla de Cramer al sistema

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-y=2 \end{cases}$$

¿Cuál es el valor de x ?

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

Respuesta correcta:

C.

3

9.

Para el mismo sistema

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-y=2 \end{cases}$$

¿Cuál es el valor de y ?

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

Respuesta correcta:

A.

1

10.

Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

¿Cuál es $\det(A)$?

1. 3

2. 6

3. -6

4. 12

Respuesta correcta:

A.

3

11.

En un sistema lineal con 4 incógnitas, si $\text{rg}(A)=\text{rg}(A^*)=4$, entonces:

1. Tiene infinitas soluciones
2. No tiene solución
3. Tiene una única solución
4. Tiene exactamente cuatro soluciones

Respuesta correcta:

C.

Tiene una única solución

12.

Considera el sistema con parámetro k :

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 2x+2y=k \end{cases}$$

¿Para qué valor de k el sistema es compatible indeterminado?

1. $k=1$
2. $k=2$
3. $k=0$
4. Para todo k

Respuesta correcta:

B.

$k=2$

13.

En el sistema con parámetro

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 2x+2y=k \end{cases}$$

¿Para qué valores de k el sistema es incompatible?

1. Solo para $k=2$
2. Para todo $k \neq 2$
3. Solo para $k=0$
4. Nunca es incompatible

Respuesta correcta:

B.

Para todo $k \neq 2$

14.

Sea el sistema

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+2y+2z=6 \\ x-y+z=1 \end{cases}$$

¿Cuál es la clasificación más adecuada?

1. Compatible determinado
2. Incompatible
3. Compatible indeterminado
4. No lineal

Respuesta correcta:

C.

Compatible indeterminado

15.

Si al escalar un sistema se obtiene una fila de la forma
(0 0 0 5),

entonces se concluye que el sistema es:

1. Compatible determinado
2. Compatible indeterminado
3. Incompatible
4. Homogéneo

Respuesta correcta:

C.

Incompatible

16.

En un sistema homogéneo $A \cdot x = 0$ con 3 incógnitas, si $\det(A) \neq 0$, la solución es:

1. Infinitas soluciones no triviales
2. Solo la solución trivial
3. Ninguna solución
4. Dos soluciones linealmente independientes

Respuesta correcta:

B.

Solo la solución trivial

17.

Sea el sistema

$$\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x-y+3z=9 \\ 3x+y+2z=8 \end{cases}$$

Después de verificar que $\det(A) \neq 0$, ¿qué expresión da correctamente z por la regla de Cramer?

1. $z = \frac{\det(A_z)}{\det(A)}$

2. $z = \frac{\det(A)}{\det(A_z)}$

3. $z = \det(A_z) - \det(A)$

4. $z = \det(A_z) \det(A)$

Respuesta correcta:

A.

$$z = \frac{\det(A_z)}{\det(A)}$$

18.

Desde una interpretación geométrica en \mathbb{R}^3 , un sistema de tres ecuaciones lineales compatible indeterminado puede representar:

1. Tres planos que se cortan en un único punto
2. Tres planos sin intersección común
3. Tres planos cuya intersección común es una recta
4. Un plano y dos circunferencias

Respuesta correcta:

C.

Tres planos cuya intersección común es una recta

19.

Sea el sistema con parámetro m :

$$\begin{cases} x+y=2m \\ x+y=3 \end{cases}$$

¿Para qué valor de m no se puede aplicar directamente la regla de Cramer?

1. $m=0$
2. $m=1$
3. $m=2$
4. $m=3$

Respuesta correcta:

B.

$$m=1$$

20.

Considera el sistema con parámetro a :

$$\begin{cases} x+y+z=12 \\ x+ay+2z=23 \\ x+3y+3z=3 \end{cases}$$

¿Cuál es la clasificación correcta según el valor de a ?

1. Compatible determinado para todo a
2. Compatible indeterminado para todo a
3. Compatible indeterminado si $a=2$ e incompatible si $a \neq 2$
4. Incompatible si $a=2$ y compatible determinado si $a \neq 2$

Respuesta correcta:

C.

Compatible indeterminado si $a=2$ e incompatible si $a \neq 2$

Respuestas

1. **B.**

Calcular $\det(A)$ y verificar que sea distinto de cero

2. **A.**

Compatible determinado

3. **C.**

$$\text{rg}(A) = \text{rg}(A^*)$$

4. **A.**

-3

5. **C.**

Compatible indeterminado con una variable libre

6. **C.**

Compatible indeterminado

7. **C.**

Es incompatible

8. **C.**

3

9. **A.**

1

10. **A.**

3

11. **C.**

Tiene una única solución

12. **B.**

$$k=2$$

13. **B.**

Para todo $k \neq 2$

14. **C.**

Compatible indeterminado

15. **C.**

Incompatible

16. **B.**

Solo la solución trivial

17. **A.**

$z = \det(Az) \det(A)$

18. **C.**

Tres planos cuya intersección común es una recta

19. **B.**

$m=1$

20. **C.**

Compatible indeterminado si $a=2$ e incompatible si $a \neq 2$