

# Teorema de Bayes y Aplicaciones

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Puntaje: \_\_\_\_\_

---

**1.**

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al teorema de Bayes para eventos A y B, con  $P(B) > 0$ ?

1.  $P(A|B) = P(B|A)P(A)P(B)$
2.  $P(A|B) = P(A|B)P(A)$
3.  $P(A|B) = P(A)P(B)$
4.  $P(A|B) = P(B)P(A)$

**2.**

En el contexto del teorema de Bayes, ¿qué representa la cantidad  $P(A)$ ?

1. La evidencia
2. La probabilidad previa
3. La probabilidad posterior
4. La probabilidad del complemento de A

**3.**

Si  $P(D) = 0.2$ ,  $P(+|D) = 0.9$  y  $P(+|D^c) = 0.1$ , ¿cuál es el valor de  $P(+)$ ?

1. 0.26
2. 0.18
3. 0.10

**4.**

Una prueba tiene sensibilidad 0.95, especificidad 0.90 y la prevalencia de la condición es 0.10. ¿Cuál es  $P(D^+)$ ?

1.  $0.95 \cdot 0.10 + 0.95 \cdot 0.10 + 0.10 \cdot 0.90 = 0.514$
2.  $0.90 \cdot 0.10 + 0.95 \cdot 0.10 + 0.10 \cdot 0.90 = 0.486$
3.  $0.95 \cdot 0.90 = 0.855$
4. 0.95

**5.**

Se sabe que  $P(A)=0.4$ ,  $P(B|A)=0.7$  y  $P(B)=0.5$ . ¿Cuál es  $P(A|B)$ ?

1. 0.35
2. 0.56
3. 0.80
4. 0.28

**6.**

¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor el efecto de una tasa base muy baja en  $P(D^+)$ , incluso cuando la prueba es bastante buena?

1. La probabilidad posterior necesariamente coincide con la sensibilidad.
2. La probabilidad posterior puede seguir siendo moderada o baja por la influencia de los falsos positivos.
3. La especificidad deja de importar por completo.
4. La probabilidad posterior siempre supera 0.9.

**7.**

Si dos eventos A y B son independientes y  $P(B)>0$ , ¿qué valor toma  $P(A|B)$ ?

1.  $P(B)$
2.  $1-P(A)$
3.  $P(A)$

**8.**

Una condición tiene prevalencia 0.01. Una prueba cumple  $P(+ D)=0.99$  y  $P(+ Dc)=0.05$ .  
¿Cuál es aproximadamente  $P(D +)$ ?

1. 0.167
2. 0.667
3. 0.952
4. 0.010

**9.**

En una clasificación con dos clases  $C1$  y  $C2$ , se observa una evidencia  $x$ . Si  $P(x C1)P(C1) > P(x C2)P(C2)$ , ¿qué decisión es coherente con la regla MAP?

1. Elegir  $C2$ , porque tiene menor error condicional.
2. No se puede decidir sin conocer  $P(x)$ .
3. Elegir  $C1$ , porque maximiza la probabilidad posterior.
4. Elegir ambas clases simultáneamente.

**10.**

Se tienen tres causas mutuamente excluyentes y exhaustivas  $H1, H2, H3$  con probabilidades previas 0.2, 0.3, 0.5. Además,  $P(E H1)=0.1$ ,  $P(E H2)=0.4$ ,  $P(E H3)=0.2$ .  
¿Cuál es  $P(H2 E)$ ?

1. 0.30
2. 0.48
3. 0.40
4. 0.24

**11.**

¿Cuál de las siguientes interpretaciones es correcta para la especificidad de una prueba?

1. Es  $P(D^-)$ .
2. Es  $P(- D_c)$ .
3. Es  $P(+ D)$ .
4. Es  $P(D_c +)$ .

**12.**

Una prueba tiene sensibilidad 0.8 y especificidad 0.9. Si la prevalencia aumenta y todo lo demás permanece constante, ¿qué ocurre con  $P(D +)$ ?

1. Disminuye necesariamente.
2. Permanece exactamente igual.
3. Aumenta.
4. Se vuelve igual a la especificidad.

**13.**

Si  $P(A \cap B) = 0.6$  y  $P(B) = 0.5$ , ¿cuál es  $P(A \cup B)$ ?

1. 0.30
2. 1.10
3. 0.10
4. 0.55

**14.**

En un filtro de mensajes, el 30% de los mensajes son no deseados. El filtro marca como sospechoso al 85% de los no deseados y al 8% de los deseados. ¿Cuál es la probabilidad de que un mensaje marcado sea realmente no deseado?

1.  $0.85 \cdot 0.30 + 0.08 \cdot 0.70 = 0.220$
2.  $0.08 \cdot 0.70 + 0.85 \cdot 0.30 = 0.220$
3. 0.85
4. 0.30

**15.**

Se sabe que  $P(H1)=0.5$ ,  $P(H2)=0.3$ ,  $P(H3)=0.2$ , y que  $P(E|H1)=0.2$ ,  $P(E|H2)=0.5$ ,  $P(E|H3)=0.9$ . Tras observar E, ¿qué hipótesis tiene mayor probabilidad posterior?

1. H1
2. H2
3. H3

**16.**

Una persona interpreta  $P(+|D)=0.98$  como si fuera  $P(D|+)=0.98$ . ¿Qué error conceptual está cometiendo?

1. Está confundiendo sensibilidad con valor predictivo positivo.
2. Está confundiendo especificidad con prevalencia.
3. Está suponiendo independencia entre eventos.
4. Está aplicando correctamente Bayes.

**17.**

Supón que A y B son independientes condicionados a H. ¿Cuál igualdad expresa esa independencia condicional?

1.  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
2.  $P(A \cap B, H) = P(A \cap H)$
3.  $P(H | A, B) = P(H)$
4.  $P(A | H) = P(B | H)$

**18.**

En un sistema de detección,  $P(F) = 0.04$ ,  $P(+ | F) = 0.92$  y  $P(+ | F^c) = 0.03$ . Si se obtiene un resultado positivo, ¿cuál es aproximadamente  $P(F | +)$ ?

1. 0.561
2. 0.920
3. 0.040
4. 0.247

**19.**

Se realizan dos pruebas independientes condicionadas a D y a  $D^c$ . La prevalencia es  $P(D) = 0.1$ . Cada prueba tiene sensibilidad 0.9 y especificidad 0.8. Si ambas resultan positivas, ¿cuál es  $P(D | ++)$ ?

1.  $0.92 \cdot 0.10 \cdot 0.92 \cdot 0.1 + 0.22 \cdot 0.9 = 0.692$
2.  $0.9 \cdot 0.10 \cdot 0.9 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.9 = 0.333$
3.  $0.82 \cdot 0.10 \cdot 0.82 \cdot 0.1 + 0.12 \cdot 0.9 = 0.877$
4. 0.81

## 20.

Un modelo compara dos hipótesis  $H_1$  y  $H_2$ . Antes de observar datos,  $P(H_1)=0.25$  y  $P(H_2)=0.75$ . La evidencia observada cumple  $P(E|H_1)=0.6$  y  $P(E|H_2)=0.2$ . ¿Cuál afirmación es correcta?

1. La evidencia favorece a  $H_2$  porque su probabilidad previa era mayor.
2. Las probabilidades posteriores quedan iguales porque ambas hipótesis eran exhaustivas.
3.  $P(H_1|E)=0.5$ , por lo que la evidencia compensa exactamente la desventaja previa de  $H_1$ .
4.  $P(H_1|E)=0.6$ , porque coincide con la verosimilitud.