

Teorema de Bayes y Aplicaciones

Nombre: _____

Fecha: _____

Puntaje: _____

1.

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al teorema de Bayes para eventos A y B, con $P(B) > 0$?

1. $P(A|B) = P(B|A)P(A)P(B)$

2. $P(A|B) = P(A|B)P(A)$

3. $P(A|B) = P(A)P(B)$

4. $P(A|B) = P(B)P(A)$

Respuesta correcta:

A.

$$P(A|B) = P(B|A)P(A)P(B)$$

2.

En el contexto del teorema de Bayes, ¿qué representa la cantidad $P(A)$?

1. La evidencia

2. La probabilidad previa

3. La probabilidad posterior

4. La probabilidad del complemento de A

Respuesta correcta:

B.

La probabilidad previa

3.

Si $P(D)=0.2$, $P(+ D)=0.9$ y $P(+ D_c)=0.1$, ¿cuál es el valor de $P(+)$?

1. 0.26

2. 0.18

3. 0.10

Respuesta correcta:

A.

0.26

4.

Una prueba tiene sensibilidad 0.95, especificidad 0.90 y la prevalencia de la condición es 0.10. ¿Cuál es $P(D +)$?

1. $0.95 \cdot 0.10 + 0.95 \cdot 0.10 + 0.10 \cdot 0.90$ 0.514

2. $0.90 \cdot 0.10 + 0.95 \cdot 0.10 + 0.10 \cdot 0.90$ 0.486

3. $0.95 \cdot 0.90 + 0.10$ 8.55

4. 0.95

Respuesta correcta:

A.

$0.95 \cdot 0.10 + 0.95 \cdot 0.10 + 0.10 \cdot 0.90$ 0.514

5.

Se sabe que $P(A)=0.4$, $P(B | A)=0.7$ y $P(B)=0.5$. ¿Cuál es $P(A | B)$?

1. 0.35

2. 0.56

3. 0.80

4. 0.28

Respuesta correcta:

B.

0.56

6.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor el efecto de una tasa base muy baja en $P(D +)$, incluso cuando la prueba es bastante buena?

1. La probabilidad posterior necesariamente coincide con la sensibilidad.
2. La probabilidad posterior puede seguir siendo moderada o baja por la influencia de los falsos positivos.
3. La especificidad deja de importar por completo.
4. La probabilidad posterior siempre supera 0.9.

Respuesta correcta:

B.

La probabilidad posterior puede seguir siendo moderada o baja por la influencia de los falsos positivos.

7.

Si dos eventos A y B son independientes y $P(B) > 0$, ¿qué valor toma $P(A \cap B)$?

1. $P(B)$
2. $1 - P(A)$
3. $P(A)$

Respuesta correcta:

C.

$P(A)$

8.

Una condición tiene prevalencia 0.01. Una prueba cumple $P(+ D)=0.99$ y $P(+ Dc)=0.05$.
¿Cuál es aproximadamente $P(D +)$?

1. 0.167

2. 0.667

3. 0.952

4. 0.010

Respuesta correcta:

A.

0.167

9.

En una clasificación con dos clases C_1 y C_2 , se observa una evidencia x . Si $P(x C_1)P(C_1) > P(x C_2)P(C_2)$, ¿qué decisión es coherente con la regla MAP?

1. Elegir C_2 , porque tiene menor error condicional.

2. No se puede decidir sin conocer $P(x)$.

3. Elegir C_1 , porque maximiza la probabilidad posterior.

4. Elegir ambas clases simultáneamente.

Respuesta correcta:

C.

Elegir C_1 , porque maximiza la probabilidad posterior.

10.

Se tienen tres causas mutuamente excluyentes y exhaustivas H_1, H_2, H_3 con probabilidades previas 0.2, 0.3, 0.5. Además, $P(E|H_1)=0.1$, $P(E|H_2)=0.4$, $P(E|H_3)=0.2$. ¿Cuál es $P(H_2|E)$?

1. 0.30

2. 0.48

3. 0.40

4. 0.24

Respuesta correcta:

B.

0.48

11.

¿Cuál de las siguientes interpretaciones es correcta para la especificidad de una prueba?

1. Es $P(D^-)$.

2. Es $P(-|D_c)$.

3. Es $P(+|D)$.

4. Es $P(D_c|+)$.

Respuesta correcta:

B.

Es $P(-|D_c)$.

12.

Una prueba tiene sensibilidad 0.8 y especificidad 0.9. Si la prevalencia aumenta y todo lo demás permanece constante, ¿qué ocurre con $P(D +)$?

1. Disminuye necesariamente.
2. Permanece exactamente igual.
3. Aumenta.
4. Se vuelve igual a la especificidad.

Respuesta correcta:

C.

Aumenta.

13.

Si $P(A \cap B) = 0.6$ y $P(B) = 0.5$, ¿cuál es $P(A \cup B)$?

1. 0.30
2. 1.10
3. 0.10
4. 0.55

Respuesta correcta:

A.

0.30

14.

En un filtro de mensajes, el 30% de los mensajes son no deseados. El filtro marca como sospechoso al 85% de los no deseados y al 8% de los deseados. ¿Cuál es la probabilidad de que un mensaje marcado sea realmente no deseado?

1. $0.85 \cdot 0.30 + 0.08 \cdot 0.70 = 0.820$

2. $0.08 \cdot 0.70 + 0.85 \cdot 0.30 = 0.220$

3. 0.85

4. 0.30

Respuesta correcta:

A.

$0.85 \cdot 0.30 + 0.08 \cdot 0.70 = 0.820$

15.

Se sabe que $P(H1)=0.5$, $P(H2)=0.3$, $P(H3)=0.2$, y que $P(E|H1)=0.2$, $P(E|H2)=0.5$, $P(E|H3)=0.9$. Tras observar E, ¿qué hipótesis tiene mayor probabilidad posterior?

1. H1

2. H2

3. H3

Respuesta correcta:

C.

H3

16.

Una persona interpreta $P(+ D)=0.98$ como si fuera $P(D +)=0.98$. ¿Qué error conceptual está cometiendo?

1. Está confundiendo sensibilidad con valor predictivo positivo.
2. Está confundiendo especificidad con prevalencia.
3. Está suponiendo independencia entre eventos.
4. Está aplicando correctamente Bayes.

Respuesta correcta:

A.

Está confundiendo sensibilidad con valor predictivo positivo.

17.

Supón que A y B son independientes condicionados a H. ¿Cuál igualdad expresa esa independencia condicional?

1. $P(A B)=P(A)P(B)$
2. $P(A B,H)=P(A H)$
3. $P(H A,B)=P(H)$
4. $P(A H)=P(B H)$

Respuesta correcta:

B.

$P(A B,H)=P(A H)$

18.

En un sistema de detección, $P(F)=0.04$, $P(+ F)=0.92$ y $P(+ F_c)=0.03$. Si se obtiene un resultado positivo, ¿cuál es aproximadamente $P(F +)$?

1. 0.561

2. 0.920

3. 0.040

4. 0.247

Respuesta correcta:

A.

0.561

19.

Se realizan dos pruebas independientes condicionadas a D y a D_c . La prevalencia es $P(D)=0.1$. Cada prueba tiene sensibilidad 0.9 y especificidad 0.8. Si ambas resultan positivas, ¿cuál es $P(D ++)$?

1. $0.92 \cdot 0.10 \cdot 0.92 \cdot 0.1 + 0.22 \cdot 0.9$ 0.692

2. $0.9 \cdot 0.10 \cdot 0.9 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.9 = 0.333$

3. $0.82 \cdot 0.10 \cdot 0.82 \cdot 0.1 + 0.12 \cdot 0.9$ 0.877

4. 0.81

Respuesta correcta:

A.

$0.92 \cdot 0.10 \cdot 0.92 \cdot 0.1 + 0.22 \cdot 0.9$ 0.692

20.

Un modelo compara dos hipótesis H_1 y H_2 . Antes de observar datos, $P(H_1)=0.25$ y $P(H_2)=0.75$. La evidencia observada cumple $P(E|H_1)=0.6$ y $P(E|H_2)=0.2$. ¿Cuál afirmación es correcta?

1. La evidencia favorece a H_2 porque su probabilidad previa era mayor.
2. Las probabilidades posteriores quedan iguales porque ambas hipótesis eran exhaustivas.
3. $P(H_1|E)=0.5$, por lo que la evidencia compensa exactamente la desventaja previa de H_1 .
4. $P(H_1|E)=0.6$, porque coincide con la verosimilitud.

Respuesta correcta:

C.

$P(H_1|E)=0.5$, por lo que la evidencia compensa exactamente la desventaja previa de H_1 .

Respuestas

1. **A.**

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)P(B)$$

2. **B.**

La probabilidad previa

3. **A.**

0.26

4. **A.**

$$0.95 \cdot 0.100.95 \cdot 0.10 + 0.10 \cdot 0.90 = 0.514$$

5. **B.**

0.56

6. **B.**

La probabilidad posterior puede seguir siendo moderada o baja por la influencia de los falsos positivos.

7. **C.**

$P(A)$

8. **A.**

0.167

9. **C.**

Elegir C_1 , porque maximiza la probabilidad posterior.

10. **B.**

0.48

11. **B.**

Es $P(-D_c)$.

12. **C.**

Aumenta.

13. **A.**

0.30

14. **A.**

$0.85 \cdot 0.30 + 0.85 \cdot 0.30 + 0.08 \cdot 0.70$ 0.820

15. **C.**

H3

16. **A.**

Está confundiendo sensibilidad con valor predictivo positivo.

17. **B.**

$P(A|B, H) = P(A|H)$

18. **A.**

0.561

19. **A.**

$0.92 \cdot 0.10 + 0.92 \cdot 0.1 + 0.22 \cdot 0.9$ 0.692

20. **C.**

$P(H1|E) = 0.5$, por lo que la evidencia compensa exactamente la desventaja previa de H1.